

172

F

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :



172F

صبح جمعه

۹۲/۱۲/۱۶

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۳

مجموعه مهندسی مکانیک (۷)
مهندسی خودرو - سازه و بدنه (کد ۲۳۲۷)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - طراحی و تحلیل سازه و بدنه خودرو، ارتعاشات پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- دو جمله‌ی اول غیر صفر بسط مک لورن $f(z) = \sin(\sin z)$ در صفحه‌ی مختلط عبارتست از:

$$z - \frac{z^3}{3} \quad (۱)$$

$$z + \frac{z^3}{3} \quad (۲)$$

$$z - \frac{z^3}{3!} \quad (۳)$$

$$z + \frac{z^3}{3!} \quad (۴)$$

۲- با استفاده از روش جداسازی متغیرها $u(x,t) = X(x)T(t)$ در مسأله داده شده، برای $T(t)$ چه جوابی به دست می‌آید؟

$$u_{tt} - u_{xx} - u = 0 \quad 0 < x < 1, t > 0$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0$$

$$u(x,0) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\sin(t\sqrt{k\pi}) \quad (۱)$$

$$\sin(t(k\pi - 1)) \quad (۳)$$

$$\sin(t\sqrt{k^2\pi^2 - 1}) \quad (۲)$$

$$\sin(t(k^2\pi^2 - 1)) \quad (۴)$$

۳- حاصل انتگرال $\oint_C \frac{dz}{\cosh z}$ که در آن C مربعی در جهت مثلثاتی به رئوس

$(\pm\pi, 0)$ و $(\pm\pi, \pi)$ می‌باشد، کدام است؟

$$-2\pi i \quad (۱)$$

$$2\pi i \quad (۳)$$

$$-2\pi \quad (۲)$$

$$2\pi \quad (۴)$$

۴- در مسأله جریان سیال مشخصی، لاپلاسین پتانسیل سرعت به صورت

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0$$

$$\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^n + \frac{B_n}{r^n})(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta)$$

پتانسیل سرعت به شکل $\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^n + \frac{B_n}{r^n})(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta)$ می‌باشد. با استفاده از روش جداسازی متغیرها، حاصل می‌شود. اگر به ازای تمام مقادیر θ ، شرایط: $r = a$ ، $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$ ، و $r = b$ و

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = U \cos \theta \quad (a > b)$$

برقرار باشند آنگاه جواب مسأله عبارتست از:

$$\varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} (r - \frac{a^2}{r}) \cos \theta \quad (۲) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} (r - \frac{a^2}{r}) \sin \theta \quad (۱)$$

$$\varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} (r + \frac{a^2}{r}) \sin \theta \quad (۴) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} (r + \frac{a^2}{r}) \cos \theta \quad (۳)$$

۵- تبدیل فوریه تابع $f(x) = e^{-|x|}$ به طوری که

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-i\omega x} f(x) dx$$

کدام است؟

$$\frac{2}{1+\omega^2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{1+\omega^2} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} \frac{-1}{1+\omega^2}, & \omega < 0 \\ \frac{1}{1+\omega^2}, & \omega > 0 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\frac{|\omega|}{1+\omega^2} \quad (۳)$$

۶- می‌دانیم تابع $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در نقطه $z_0 = 1 - i$ تحلیلی است

و $f'(z_0) = 1 + i$ در این صورت مقدار $u_r v_\theta + u_\theta v_r$ در نقطه مذکور کدام

است؟

$$-4i \quad (۲)$$

$$-2\sqrt{2}i \quad (۱)$$

$$2\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$\sqrt{2} \quad (۳)$$

۷- تصویر ناحیه $x > C_1$ و $y > C_2$ از صفحه z به صفحه $w = u + iv$ تحت

تبدیل (نگاشت) $w = \frac{1}{z}$ در کدام یک از حالات زیر کراندار نیست؟

$$C_2 > 0, C_1 < 0 \quad (۲)$$

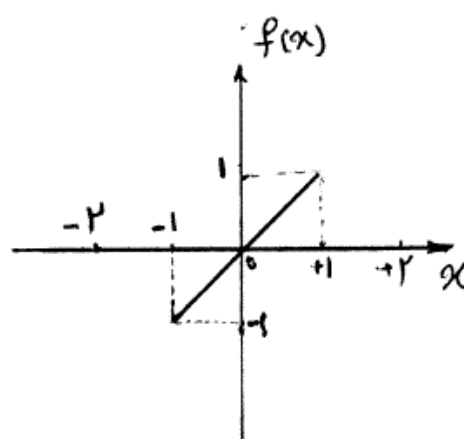
$$C_2 < 0, C_1 < 0 \quad (۱)$$

$$C_2 > 0, C_1 > 0 \quad (۴)$$

$$C_2 < 0, C_1 > 0 \quad (۳)$$

۸- تابع $f(x)$ به شکل زیر مفروض است. اگر $g(x) = \int f(x) dx$ و

$g(0) = -\frac{1}{3}$ ، در این صورت ضریب a_0 در سری فوریه تابع $g(x)$ کدام است؟



$$\frac{-1}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{-1}{12} \quad (۲)$$

$$0 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{12} \quad (۴)$$

۹- تابع مختلط $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در حوزه D که شامل مبدأ نیست
تحلیلی می‌باشد به قسمی که تابع حقیقی v فقط به θ بستگی دارد (یعنی v به
 r بستگی ندارد). در این صورت مقدار کلی تابع u کدام است؟

$$C \ln r \quad (۱)$$

$$C_1 \ln r + C_2 \quad (۲)$$

$$10- \begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = \sin^3(\pi x), 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, \forall t > 0 \end{cases}$$

با تغییر متغیر تابع $u(x, t) - v(x) = w$ تبدیل می‌شود به مسأله مقدار اولیه
مرزی (۲)

$$\begin{cases} w_{tt} - w_{xx} = 0, 0 < x < 1, t > 0 \\ w(x, 0) = g(x), w_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ w(0, t) = w(1, t) = 0 \end{cases}$$

که در آن $v(x)$ تابعی است که در معادله دیفرانسیل (۱) و شرایط مرزی آن
صدق می‌کند. مقدار $g(x)$ کدام است؟

$$\frac{-3}{4\pi^2} \sin(\pi x) + \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x) \quad (۱)$$

$$\frac{3}{4\pi^2} \sin(\pi x) - \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x) \quad (۲)$$

$$\frac{-3}{4} \sin(\pi x) + \frac{1}{36} \sin(3\pi x) \quad (۳)$$

$$\frac{3}{4} \sin(\pi x) - \frac{1}{36} \sin(3\pi x) \quad (۴)$$

۱۱- معادله انتگرالی زیر داده شده است:

$$\int_0^{\infty} [A(\lambda) \cos(\lambda x) + B(\lambda) \sin(\lambda x)] d\lambda = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & x = 0 \\ \pi e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

مقادیر $A(\lambda)$ و $B(\lambda)$ به ترتیب کدام هستند؟

$$\lambda e^{-\lambda}, e^{-\lambda} \quad (۲) \quad e^{-\lambda}, \lambda e^{-\lambda} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{1+\lambda^2}, \frac{\lambda}{\lambda^2+1} \quad (۴)$$

$$\frac{\lambda}{\lambda^2+1}, \frac{1}{1+\lambda^2} \quad (۳)$$

$$-12 \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y(u)du}{(x-u)^2 + a^2} = \frac{1}{x^2 + b^2}, \quad 0 < a < b \quad \text{در معادله‌ی انتگرالی}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha x}{m^2 + \alpha^2} d\alpha = \frac{\pi}{2m} e^{-mx} \quad \text{پاسخ } y(x) \text{ کدام است؟ (راهنمایی:)}$$

$$y(x) = \frac{(b-a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b-a)^2]} \quad (2) \quad y(x) = \frac{(b+a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b+a)^2]} \quad (1)$$

$$y(x) = \frac{(a+b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a-b)^2]} \quad (4) \quad y(x) = \frac{(a-b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a-b)^2]} \quad (3)$$

$$-13 \quad \text{سری فوریه تابع } f(x) = \ln\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right), \quad -\pi < x < \pi \quad \text{کدام است؟}$$

$$-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \cos nx \quad (2) \quad -\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos nx \quad (1)$$

$$-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1} \cos nx \quad (4) \quad -\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx \quad (3)$$

$$-14 \quad \text{اگر } \mathcal{L} \left\{ \frac{1}{t} (1 - \cosh(at)) \right\} = \text{Ln} \left(1 - \frac{a^2}{s^2} \right) \quad \text{آنگاه}$$

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{1}{t} (1 - \cos(\omega t)) \right\} \quad \text{کدام است؟}$$

$$\text{Ln} \left(\frac{\omega^2}{s^2} - 1 \right) \quad (2)$$

$$\text{Ln} \left(1 - \frac{\omega^2}{s^2} \right) \quad (1)$$

$$\text{Ln} (1 + \omega^2 s^2) \quad (4)$$

$$\text{Ln} \left(1 + \frac{\omega^2}{s^2} \right) \quad (3)$$

-۱۵ برای جواب مسالهی

$$u_{xx} = u_t, \quad 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \sin x + \sin 3x, \quad 0 < x < \pi$$

مقدار $u\left(\frac{\pi}{3}, 1\right)$ کدام است؟

$$e + e^{-3} \quad (2) \qquad e - e^{-3} \quad (1)$$

$$\frac{e^{10} - 1}{e^9} \quad (4) \qquad \frac{e^{10} + 1}{e^9} \quad (3)$$

-۱۶ اگر $v(x, y)$ مزدوج همساز $u(x, y) = 2x - x^2 + 3xy^2$ باشد، و

$$v(0, 0) = 1, \quad \text{آن گاه } v(1, 1) \text{ برابر است با:}$$

$$-3 \quad (1) \qquad -1 \quad (2)$$

$$2 \quad (4) \qquad 1 \quad (3)$$

-۱۷ در معادله‌ی انتگرالی $\int_0^{\infty} f(x) \sin(\alpha x) dx = \begin{cases} 1 - \alpha & 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 0 & \alpha > 1 \end{cases}$ پاسخ $f(x)$ برابر است با:

$$\frac{2(x - \sin x)}{\pi x^2} \quad (2) \qquad \frac{2(x - \cos x)}{\pi x} \quad (1)$$

$$\frac{2(x + \sin x)}{\pi x^2} \quad (4) \qquad \frac{2(x + \cos x)}{\pi x} \quad (3)$$

-۱۸ اگر سری لوران تابع f به صورت زیر باشد آن گاه مقدار a_3 و b_4 کدام است؟

$$f(z) = \frac{1}{1+z^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{z^n} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n, \quad |z| > 1$$

$$a_3 = 0, b_4 = -1 \quad (1) \qquad a_3 = -1, b_4 = 0 \quad (2)$$

$$a_3 = 0, b_4 = 1 \quad (3) \qquad a_3 = 1, b_4 = 0 \quad (4)$$

$$-19 \quad \text{در معادله‌ی انتگرالی} \quad \int_0^{\infty} f(\lambda) \cos(\lambda x) d\lambda = \begin{cases} \frac{1}{2} & 0 < x < 1 \\ \frac{1}{4} & x = 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

تابع

$f(\lambda)$ کدام است؟

$$(1) \quad \frac{\sin \lambda}{\lambda}$$

$$(2) \quad \frac{\sin \lambda}{\pi \lambda}$$

$$(3) \quad \frac{2 \sin \lambda}{\lambda}$$

$$(4) \quad \frac{2 \sin \lambda}{\pi \lambda}$$

$$-20 \quad \text{با استفاده از قضیه مانده‌ها حاصل انتگرال} \quad \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} \ln x}{x^2 + 4} dx \quad \text{کدام است؟}$$

$$(1) \quad \frac{\pi}{2} \left(\ln 2 - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$(2) \quad \frac{\pi}{2} \left(\ln 2 + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$(3) \quad \frac{\pi}{2} \left(\ln 2 + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$(4) \quad \frac{\pi}{2} \left(\ln 2 + \frac{3\pi}{4} \right)$$

-21 جواب معادله $u_{xy} - u_x = 0$ کدام است؟

$$(1) \quad f(x)e^y + g(x)$$

$$(2) \quad f(y)e^x + g(y)$$

$$(3) \quad f(y)e^x + g(x)$$

$$(4) \quad f(x)e^y + g(y)$$

-22 جواب‌های معادله $\cos z = ib$ کدام‌اند؟ ($i = \sqrt{-1}$)

$$(1) \quad |b| > 1 \quad k, z_k = \left(k\pi - \frac{\pi}{2}\right) + i \ln(|b| \pm \sqrt{b^2 - 1})$$

$$(2) \quad |b| > 1 \quad k, z_k = \left(k\pi - \frac{\pi}{2}\right) + i \ln((-1)^k b \pm \sqrt{b^2 + 1})$$

$$(3) \quad |b| > 1 \quad k, z_k = \left(k\pi - \frac{\pi}{2}\right) + i \ln((-1)^k |b| \pm \sqrt{b^2 - 1})$$

$$(4) \quad k, z_k = \left(k\pi - \frac{\pi}{2}\right) + i \ln((-1)^k b + \sqrt{b^2 + 1}) \quad \text{عدد صحیح}$$

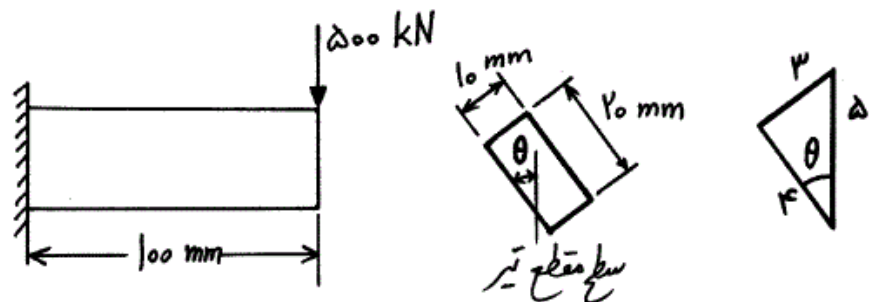
۲۳- دلیل ساخت بدنه خودروها عمدتاً از فولادهای کم کربن چیست؟

- (۱) قابلیت فرم‌پذیری بالا
- (۲) سازگاری با انواع روش‌های جوشکاری
- (۳) مناسب بودن نسبت قیمت به میزان مقاومت آن‌ها
- (۴) همه خصوصیات فوق

۲۴- سختی‌های پیچشی و خمشی به ترتیب بر کدام ویژگی خودرو بیشترین تأثیر را دارند؟

- (۱) سواری (Ride) - سواری (Ride)
- (۲) سواری (Ride) - فرمان‌پذیری (Handling)
- (۳) فرمان‌پذیری (Handling) - سواری (Ride)
- (۴) فرمان‌پذیری (Handling) - فرمان‌پذیری (Handling)

۲۵- ماکزیمم تنش در تیر زیر چند مگاپاسکال می‌باشد؟



(۲) ۱۵۰

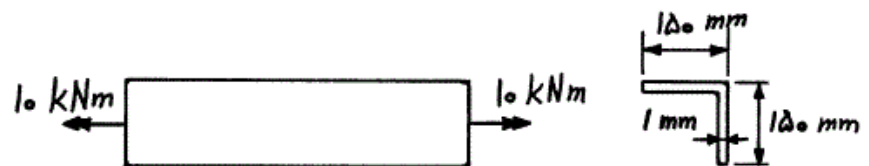
(۱) ۱۳۵

(۴) ۱۸۰

(۳) ۱۶۵

۲۶- زاویه پیچش عضو تحت پیچش زیر چند rad می‌باشد؟ (اعوجاج مقطع در دو

انتها آزاد است.) سطح مقطع این عضو نیز در سمت راست شکل زیر داده شده است. ($G = ۸۰ \text{ GPa}$)



(۲) $\frac{1}{40}$

(۱) $\frac{1}{80}$

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{8}$

۲۷- استحکام خمشی مناسب برای یک خودروی سواری چند $\frac{\text{kN}}{\text{mm}}$ می‌باشد؟

(۲) ۰٫۰۸

(۱) ۰٫۰۰۸

(۴) ۸۰

(۳) ۸

۲۸- کدام جمله نادرست است؟

(۱) برای افزایش استحکام سازه، باید عضوی را که دارای انرژی کرنشی کوچکتری است تقویت کرد.

(۲) المان‌های SSS نیروی عمود بر صفحه را تحمل نمی‌کنند.

(۳) سفتی پیچشی خودروی بدون سقف صفر است.

(۴) هیچ‌کدام

۲۹- خودرویی به جرم 1000 kg با سرعت $80 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ با یک مانع صلب برخورد کرده

و به اندازه 500 mm جمع می‌شود. میانگین نیروی وارد شده از طرف مانع

صلب به خودرو چند kN می‌باشد؟

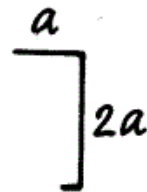
(۲) ۴۹۴

(۱) ۵۳۶

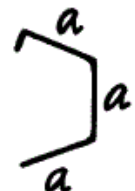
(۴) ۴۹٫۴

(۳) ۵۳٫۶

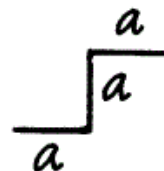
۳۰- نیروی بحرانی کمانش یک عضو تحت فشار با کدام سطح مقطع بزرگتر است؟



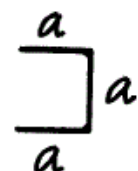
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۳۱- معادله حاکم بر ارتعاشات یک سیستم به صورت زیر است. شکل مدهای طبیعی آن کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

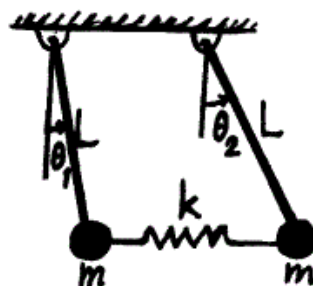
$$\begin{Bmatrix} 0/6 \\ 0/9 \\ 0/6 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/5 \\ 0 \\ -0/5 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/3 \\ -0/4 \\ 0/3 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} 0/6 \\ 0/9 \\ 0/6 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/2 \\ -0/4 \\ 0/2 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/5 \\ 0 \\ -0/5 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} 0/6 \\ 0/9 \\ 0/6 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/5 \\ 0 \\ -0/5 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/3 \\ 0/4 \\ 0/3 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} 0/6 \\ 0/9 \\ 0/6 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/5 \\ 0 \\ -0/5 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 0/2 \\ 0/4 \\ 0/2 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

۳۲- فرکانس‌های طبیعی سیستم آونگ دو درجه آزادی زیر کدامند؟ (میله‌ها بی جرم و جرم انتهایی آنها ذره‌ای فرض شوند).



$$\circ \text{ و } \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (1)$$

$$\circ \text{ و } \sqrt{\frac{\gamma k}{m}} \quad (2)$$

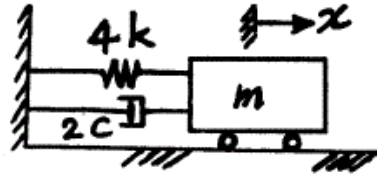
$$\sqrt{\frac{\gamma k}{m}} \text{ و } \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{\gamma k}{m} + \frac{g}{L}} \text{ و } \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (4)$$

-۳۳

به سیستم ارتعاشی زیر سرعت اولیه‌ای به سمت راست داده می‌شود. پس از $\frac{\pi}{2}$ ثانیه جسم از وضعیت اولیه عبور می‌کند. مقدار c چند $\frac{Ns}{m}$ می‌باشد؟

$$(m = 20 \text{ kg و } k = 2000 \frac{N}{m})$$



$$100\sqrt{16 - \pi^2} \quad (2)$$

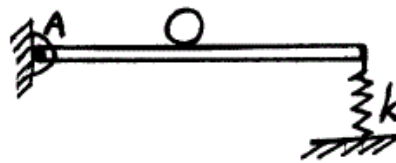
$$50\sqrt{16 - \pi^2} \quad (1)$$

$$200\sqrt{16 - \pi^2} \quad (4)$$

$$150\sqrt{16 - \pi^2} \quad (3)$$

-۳۴

گلوله‌ای به جرم m و با شعاع ناچیز از نقطه مفصل A روی تیر صلب زیر که دارای جرم $2m$ و طول l می‌باشد، با سرعت ثابت V می‌غلتد. معادله دیفرانسیل ارتعاشی تیر بر حسب زاویه تیر نسبت به افق $\theta(t)$ کدام است؟ (t متغیر زمان است.)



$$ml^2\ddot{\theta} + kl^2\theta = mgVt \quad (1)$$

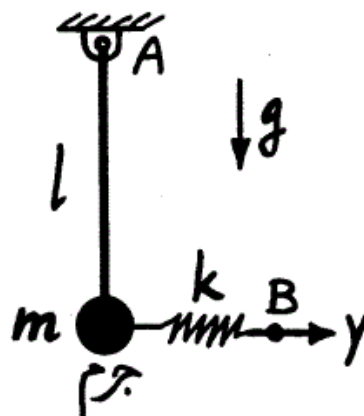
$$m(l^2 + V^2t^2)\ddot{\theta} + kl^2\theta = 0 \quad (2)$$

$$m(l^2 + V^2t^2)\ddot{\theta} + kl^2\theta = mgVt \quad (3)$$

$$m\left(\frac{l^2}{4} + V^2t^2\right)\ddot{\theta} + kl^2\theta = mgVt \quad (4)$$

-۳۵

میله صلب بی‌جرمی به طول l از یک طرف لولا شده و از طرف دیگر به جرم ذره‌ای m متصل است. فنر بی‌جرمی به سختی k از یک طرف مطابق شکل به پاندول متصل است. ناگهان جابه‌جایی ثابت y به طرف دیگر فنر داده می‌شود. برای ارتعاشات کم دامنه آونگ زاویه میله نسبت به خط قائم بر حسب زمان t کدام است؟



$$\frac{y}{l} [1 - \cos(\sqrt{\frac{g}{l} - \frac{k}{m}} t)] \quad (1)$$

$$\frac{ky}{mg} [1 - \cos(\sqrt{\frac{g}{l}} t)] \quad (2)$$

$$\frac{ky}{mg + kl} [1 - \cos(\sqrt{\frac{g}{l} - \frac{k}{m}} t)] \quad (3)$$

$$\frac{ky}{mg + kl} [1 - \cos(\sqrt{\frac{g}{l} + \frac{k}{m}} t)] \quad (4)$$

۳۶- در سیستم مختصات کروی با بردارهای واحد \hat{e}_r , \hat{e}_φ , \hat{e}_θ اگر دورانی برابر θ حول \hat{e}_φ و φ حول \hat{e}_z داده شود به طوریکه سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega} = \dot{\theta}\hat{e}_\varphi + \dot{\varphi}\hat{e}_z$ باشد، مشتق زمانی \hat{e}_r برابر با کدام است؟

$$(1) \dot{\varphi}\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\sin\theta\hat{e}_\varphi$$

$$(2) \dot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{\varphi}\sin\theta\hat{e}_\varphi$$

$$(3) \dot{\varphi}\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\sin\theta\hat{e}_\varphi$$

$$(4) \dot{\varphi}\sin\theta\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\hat{e}_\varphi$$

۳۷- شتاب زاویه‌ای لغزنده نسبت به استوانه ثابت زیر بر حسب θ کدام است؟ (در $\theta = 0$ فنر بی‌بار و سرعت لغزنده صفر می‌باشد. ضریب اصطکاک بین استوانه و لغزنده μ فرض شود.)



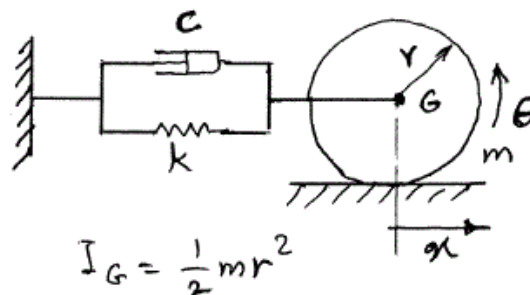
$$(1) (\dot{\theta}^2 - \frac{g}{R}\sin\theta)\mu + \frac{g}{R}\cos\theta - \frac{k}{m}\theta$$

$$(2) -(\dot{\theta}^2 + \frac{g}{R}\cos\theta)\mu + \frac{g}{R}\sin\theta - \frac{k}{m}\theta$$

$$(3) (\dot{\theta}^2 - \frac{g}{R}\cos\theta)\mu + \frac{g}{R}\sin\theta - \frac{k}{m}\theta$$

$$(4) -(\dot{\theta}^2 + \frac{g}{R}\cos\theta)\mu + \frac{g}{R}\sin\theta - \frac{k}{m}\theta\cos\theta$$

۳۸- دیسک زیر با شعاع r و جرم m بدون لغزش بر روی سطح می‌غلتد. میرایی بحرانی سیستم C_{cr} کدام است؟



$$I_G = \frac{1}{2}mr^2$$

$$(1) \sqrt{km}$$

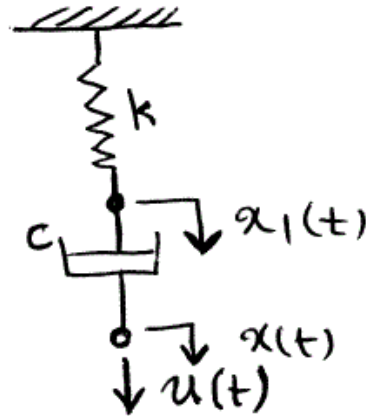
$$(2) \sqrt{2km}$$

$$(3) \sqrt{3km}$$

$$(4) \sqrt{6km}$$

-۳۹

برای سیستم فنر - دمپر زیر کدام یک از معادلات صادق است؟
 k ثابت فنر، c ضریب دمپر، $x_1(t)$ تغییر مکان محل اتصال فنر و دمپر، $x(t)$ تغییر مکان انتهای دمپر و $u(t)$ نیروی اعمالی به انتهای دمپر (تابع پله واحد) می باشد.



$$c\ddot{x} + k\dot{x} = c\dot{x}_1 \quad (1)$$

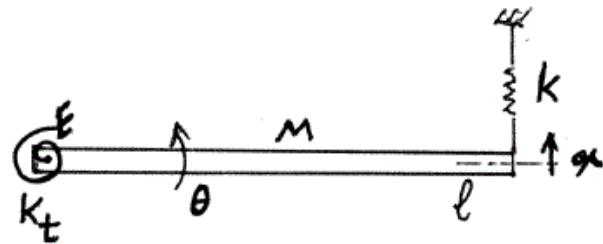
$$c\ddot{x}_1 + k\dot{x}_1 = c\ddot{x} \quad (2)$$

$$k\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 = k\dot{x} \quad (3)$$

$$k\ddot{x} + c\dot{x} = k\dot{x}_1 \quad (4)$$

-۴۰

فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر کدام است؟



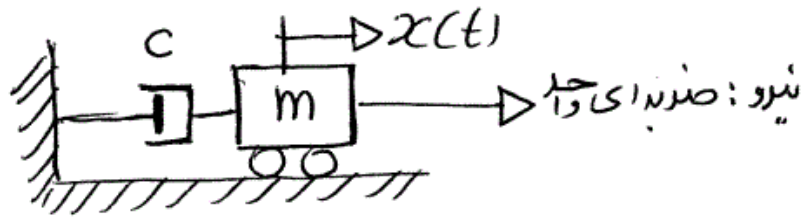
$$\sqrt{\frac{(k_t + rkl^r)}{MI^r}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{(k_t + kl^r)}{MI^r}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{r(k_t + rkl^r)}{MI^r}} \quad (4)$$

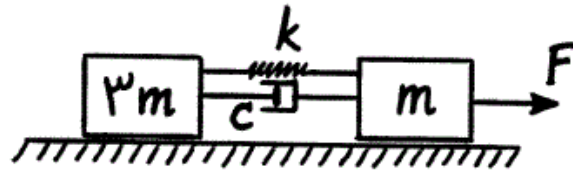
$$\sqrt{\frac{r(k_t + kl^r)}{MI^r}} \quad (3)$$

۴۱- پاسخ سیستم جرم و دمپر زیر تحت ورودی ضربه واحد $\delta(t)$ کدام است؟
(سیستم در ابتدا در حالت سکون قرار دارد.)



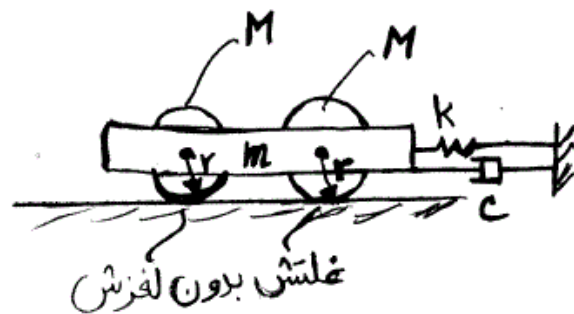
$\frac{1}{m}(1 - e^{-\frac{c}{m}t})$ (۲)	$\frac{1}{c}(1 - e^{-\frac{c}{m}t})$ (۱)
$\frac{1}{m}(1 - e^{-\frac{m}{c}t})$ (۴)	$\frac{1}{c}(1 - e^{-\frac{m}{c}t})$ (۳)

۴۲- در از مدت کشیدگی فنر سیستم زیر چند برابر $\frac{F}{k}$ می باشد؟



$\frac{3}{4}$ (۲)	$\frac{1}{2}$ (۱)
۴ (۴)	$\frac{3}{2}$ (۳)

۴۳- ضریب میرایی بحرانی، C_{cr} سیستم زیر برابر با کدام است؟



$\sqrt{2k(3M+m)}$ (۲)	$\sqrt{2k(3m+M)}$ (۱)
$2\sqrt{k(3M+m)}$ (۴)	$2\sqrt{k(3M+m)}$ (۳)

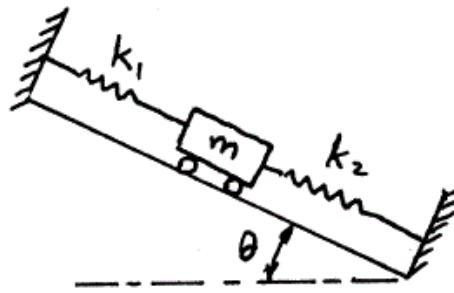
۴۴- فرکانس طبیعی سیستم جرم و فنر قرار گرفته بر روی سطح شیب دار زیر کدام است؟

$$\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \sin \theta \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \cos \theta \quad (۴)$$



۴۵- موتوری به جرم 100 kg بر روی فنرهایی با ضریب سختی $900 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ قرار دارد.

این موتور در سرعت 3000 rpm یک نیروی نامیزانی 400 N را تحمل می‌کند. اگر $\zeta = 0.2$ باشد، نیروی منتقل شده به زمین F_T چند نیوتن است؟

$$125 \quad (۲) \quad \circ \quad (۱)$$

$$500 \quad (۴) \quad 250 \quad (۳)$$